

## Bezier Curve

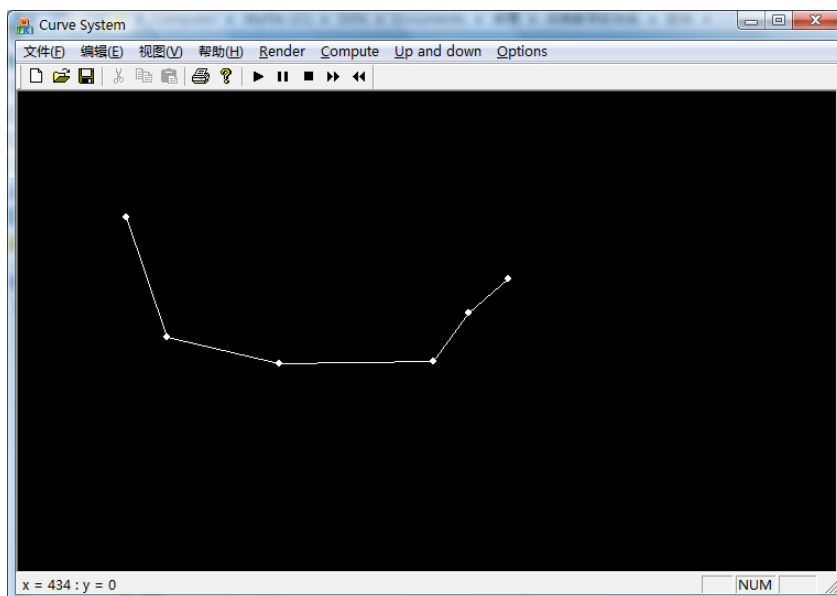
### 1. 简介:

Bezier 曲线是 1962 年法国雷诺汽车公司的 P.E. Bezier 够早的一种以逼近为基础的参数曲线和曲面的设计方法，并用这个方法完成了一个称为 UNISURE 的去西安和曲面设计系统。该方法是最广泛应用的参数曲线表示方法之一。

本程序通过演示 Bezier 曲线的构造、升阶、降阶等加深学生对 Bezier 曲线及其基本升阶降阶算法的认识和理解。

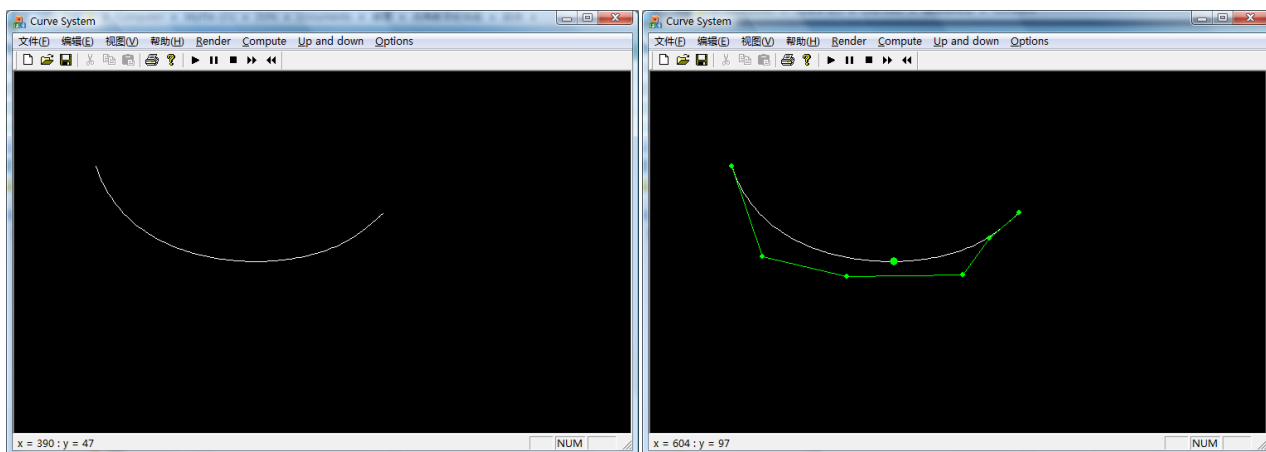
### 2. 输入控制点

打开程序后，通过单击鼠标左键既可输入 Bezier 曲线的控制定点。效果如下图所示：



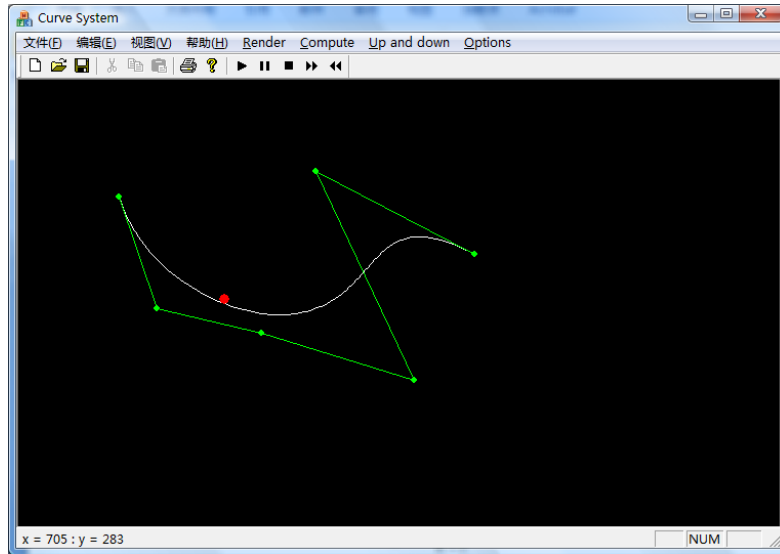
### 3. 构造 Bezier 曲线

输入控制点后可以通过点击鼠标右键来生成对应的 Bezier 曲线。通过 Render 菜单可以控制曲线和控制定点的显示。



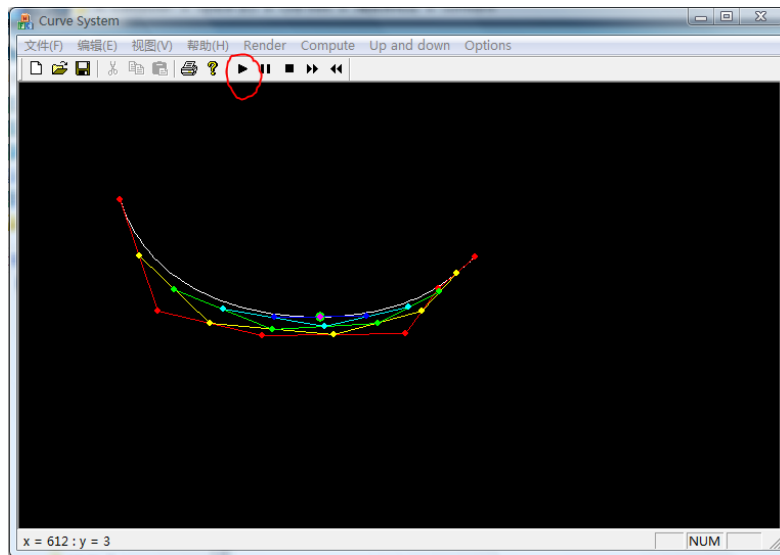
### 4. 调整控制顶点

按下鼠标左键选中控制顶点后进行拖动可以调整控制顶点的位置。新的控制顶点对应的曲线会实时的显示出来方便用户看到当前的结果。学生可以通过调节控制顶点的位置观察控制顶点对最重绘制的 Bezier 曲线的影响。下图显示了对控制定顶点调整后的一个效果。



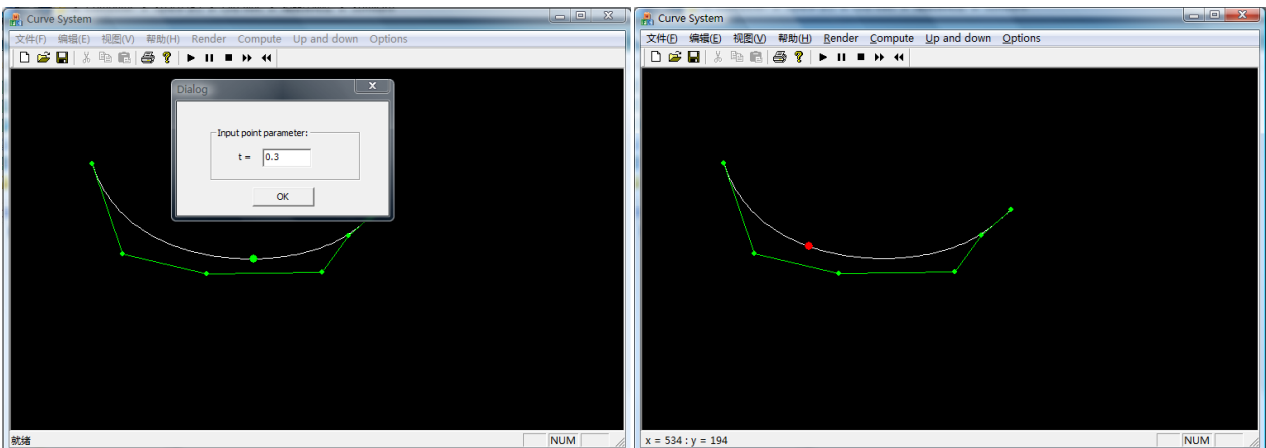
### 5. 递推构造过程演示

按 Play 图标既可看到 Bezier 曲线的递推算法执行过程的演示。对上面的输入生成的对应结果如下图：



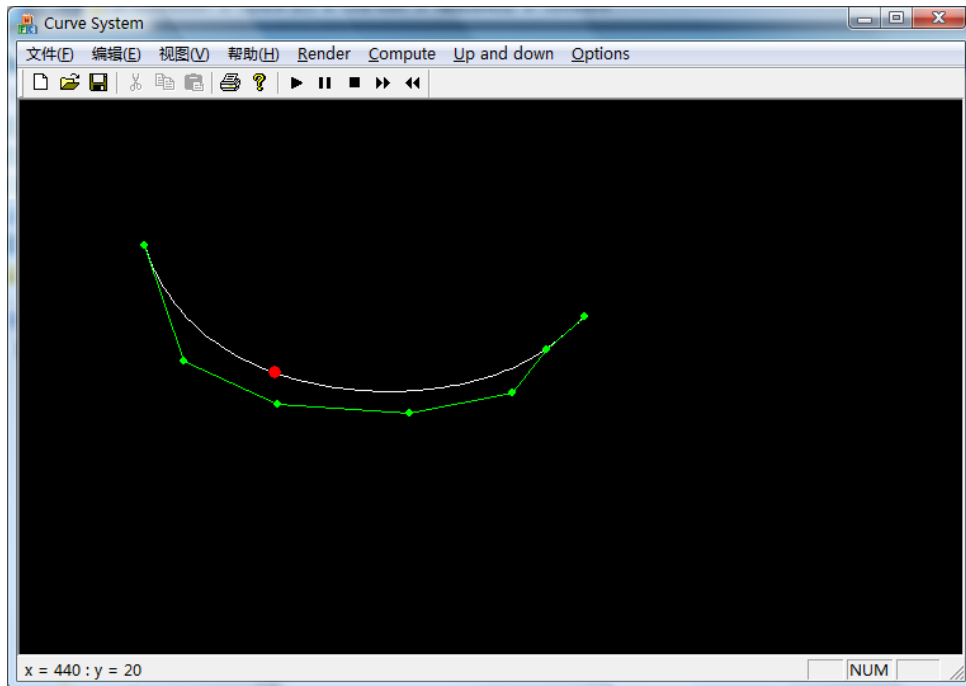
### 6. 计算 Bezier 曲线上特定参数对应的点的坐标

Compute 菜单中提供了两种计算特定参数对应的 Bezier 点的方法。效果如下：



### 7. 升阶

升阶是指保持 Bezier 曲线的形状与定向不变，增加定义它的控制顶点数，也即提高 Bezier 曲线的次数。增加了控制顶点数，不仅增加了对曲线控制的灵活性，还在构造曲线方面有着重要应用。关于升阶的详细信息请参考《计算机图形学基础教程》，孙家广、胡事民著。下图是对上面的 Bezier 曲线升阶后的结果。



## 8. 降阶

降阶是升阶的逆过程。给定一条由原控制顶点  $P_i (i = 0, 1, 2, \dots, n)$  定义的  $n$  次 Bezier 曲线，要求找到一条由新的控制顶点  $P_i^* (i = 0, 1, 2, \dots, n-1)$  定义的  $n-1$  次 Bezier 曲线来逼近原始曲线。由升阶公式：

$$P_i = \frac{n-i}{n} P_i^* + \frac{i}{n} P_{i-1}^*$$

可以得到 2 个递推公式：

$$P_i^* = \frac{n P_i - i P_{i-1}^*}{n - i}$$

和

$$P_{i-1}^* = \frac{n P_i - (n - i) P_i^*}{i}。$$

这两个公式对应的两个方法中，第一个方法在靠近处逼近较好，第二个方法在靠近处逼近程度较好。

